

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан фізико-математичного факультету

\_\_\_\_\_ Володимир Ванін  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020 р.

\_\_\_\_\_ Володимир Ванін  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 р.

**РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ 2.**

**КРАЙОВІ ЗАДАЧІ  
ДЛЯ РІВНЯНЬ ЕЛІПТИЧНОГО ТИПУ**

**РОБОЧА ПРОГРАМА  
КРЕДИТНОГО МОДУЛЯ**

**Перший бакалаврський рівень вищої освіти**

**Спеціальність 131 «Прикладна механіка»**

**Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин »**

**Денна форма навчання**

Ухвалено методичною комісією  
фізико-математичного факультету  
Протокол від \_\_\_\_\_ 2020 р. № \_\_\_\_

Голова методичної комісії

\_\_\_\_\_ Надія Рева  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020 р.

Робоча програма кредитного модуля «Розв'язування крайових задач 2. Крайові задачі для рівнянь еліптичного типу» складена відповідно до програми навчальної дисципліни «Розв'язування крайових задач» (1/СВ).

Розробник робочої програми:

доцент, канд. фіз.-м ат. наук Ганна Журавська

---

Програму затверджено на засіданні кафедри  
математичної фізики фізико-математичного факультету «КПІ ім. Ігоря Сікорського»  
Протокол від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 року № \_\_\_\_\_

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Володимир Горбачук

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 року

## 1. Опис кредитного модуля

<b>Рівень вищої освіти, спеціальність, освітня програма, форма навчання</b>	<b>Загальні показники</b>	<b>Характеристика кредитного модуля</b>
Рівень вищої освіти: перший(бакалаврський)	Навчальна дисципліна: «Розв’язування крайових задач»	Лекції: 18 год.
Спеціальність:  131 «Прикладна механіка»		Практичні (семінарські): 36 год.
Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»	Цикл: професійної підготовки	Лабораторні заняття: 0 год.
	Статус кредитного модуля: вибірковий	Самостійна робота: 75 год., у тому числі на виконання індивідуального завдання: 6 год.
Форма навчання:  денна	Семестр:  5	Індивідуальне завдання: Розрахункова робота
	Кількість кредитів (годин):  3 (90)	Вид та форма семестрового контролю:  екзамен;  усний

Знання та навички, отримані студентами при вивченні навчальної дисципліни «Математична фізика» є необхідними для спеціальних дисциплін, таких як «Теорія пружності», «Теорія коливань та стійкості руху», «Теорія пластичності та повзучості», «Гідроаеромеханіка» тощо, у зв’язку з інтенсивним використанням та дослідженням математичних моделей.

## 2. Мета і завдання кредитного модуля

2.1. Метою кредитного модуля є формування у студентів здатностей:

- побудови математичних моделей, які описуються диференціальними рівняннями з частинними похідними (ДРЧП);
- застосування основних математичних методів розв'язування та дослідження початково-крайових задач для рівнянь математичної фізики;
- аналізу отриманих результатів.

2.2. Основні завдання кредитного модуля.

Згідно з вимогами програми навчальної дисципліни студенти після засвоєння кредитного модуля мають продемонструвати такі результати навчання:

### **ЗНАННЯ:**

- постановки задачі Коші та основних крайових задач для ДРЧП еліптичного типу;
- фізичного змісту основних задач математичної фізики та розв'язків цих задач;
- умови існування та єдиності розв'язків крайових задач для ДРЧП еліптичного типу;
- основних методів розв'язування задач Коші та крайових задач для ДРЧП другого порядку всіх типів (методи характеристик, інтегральних перетворень, відокремлення змінних і за допомогою функції Гріна);

### **УМІННЯ:**

- складати математичну модель фізичної задачі у формі відповідної задачі для ДРЧП;
- розв'язувати основні задачі для рівнянь еліптичного типу методами відокремлення змінних і за допомогою функції Гріна;
- робити фізичний аналіз результатів розв'язування основних задач для рівнянь еліптичного типу.
- розв'язувати інтегральні рівняння;
- застосовувати методи теорії потенціалів до розв'язування задач для рівнянь еліптичного типу.

### 3. Структура кредитного модуля

Назва розділів, тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практ. заняття	СРС
1	2	3	4	5
<b>Розділ 4. Еліптичні рівняння</b>				
Тема 4.1. Задачі фізики, які приводять до рівнянь еліптичного типу	7	2	4	1
Тема 4.2. Метод функції Гріна для еліптичних рівнянь.	19	4	10	5
Тема 4.3. Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа	27	6	12	9
Разом за розділом 4	53	12	26	15
<b>Розділ 5. Інтегральні рівняння.</b>				
Тема 5.1. Інтегральні рівняння.	9	2	4	3
Контрольна робота	4		2	2
Разом за розділом 5	13	2	6	5
<b>Розділ 6. Теорія потенціалу</b>				
Тема 6.1. Потенціали: властивості та застосування	10	4	2	4
Разом за розділом 6	10	4	2	4
Розрахункова робота	6			6
Залік та підготовка до заліку	8		2	6
<b>Всього годин</b>	<b>90</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	<b>36</b>

#### 4. Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання СРС)
1	<p><u>Задачі фізики, які приводять до рівнянь еліптичного типу</u> Рівняння потенціалу тяжіння. Потенціальний потік нестискуючої рідини. Стаціонарне теплове поле. Постановка задач для рівнянь еліптичного типу. <u>Гармонічні функції</u> Гармонічні функції та їх властивості. Принцип максимуму та наслідки з нього. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа. Властивості. Перша та друга формули Гріна. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
2	<p><u>Функція Гріна задач Діріхле та Неймана</u> Функція Гріна задач Діріхле та Неймана для рівняння Лапласа на площині та у просторі. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
3	<p><u>Функція Гріна задач Діріхле та Неймана (продовження)</u> Інтеграл Пуассона та його застосування. Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа для круга та кулі. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
4	<p><u>Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для еліптичних рівнянь</u> Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа та Пуассона в прямокутнику. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
5	<p><u>Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа (продовження)</u> Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування задач Діріхле в крузі та кільці. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
6	<p><u>Крайові задачі для рівняння Гельмгольца</u> Крайові задачі для рівняння Гельмгольца. Фізичний зміст. Поняття власних коливань. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>
7	<p><u>Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма</u> Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма. Методи розв'язування. Зв'язок інтегральних та диференціальних рівнянь. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].</p>

8	<u>Потенціали: властивості та застосування</u> Потенціали об'єму, простого та подвійного шарів. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].
9	<u>Потенціали: властивості та застосування (продовження)</u> Застосування потенціалів. Зведення крайових задач до інтегральних рівнянь. Умови існування розв'язків крайових задач для рівняння Лапласа. Завдання на СРС: опрацювати матеріал лекції. Література: [1, 2, 5, 6, 10, 11].

## 5. Практичні заняття

**Основні завдання циклу практичних занять:** оволодіти основними методами та прийомами розв'язування математичних задач, отримати роз'яснення теоретичних положень курсу математичної фізики.

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання СРС)
1	Задачі фізики, які приводять до рівнянь еліптичного типу. Побудова математичних моделей Література: [2-4].
2	Гармонічні функції та їх властивості Література: [2-4].
3	Метод функції Гріна для задачі Діріхле на площині Література: [2-4].
4	Метод функції Гріна для задачі Діріхле у просторі Література: [2-4].
5	Метод функції Гріна для задачі Неймана на площині та у просторі Література: [2-4].
6	Метод функції Гріна для задач Діріхле та Неймана в крузі Література: [2-4].
7	Метод функції Гріна для задач Діріхле в кулі Література: [2-4].
8	Застосування методу відокремлення змінних до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа в прямокутнику Література: [2-4].
9	Застосування методу відокремлення змінних до розв'язування крайових задач для рівняння Пуассона в прямокутнику Література: [2-4].
10	Застосування методу відокремлення змінних до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа в крузі, в кільці та зовні круга Література: [2-4].
11	Застосування методу відокремлення змінних до розв'язування крайових задач для рівняння Пуассона в крузі Література: [2-4].

12	Застосування методу відокремлення змінних до розв'язування крайових задач для еліптичних рівнянь в кулі та зовні кулі Література: [2-4].
13	Крайові задачі для рівняння Гельмгольца Література: [2-4].
14	Інтегральні рівняння Вольтерра Література: [3].
15	Інтегральні рівняння Фредгольма Література: [3].
16	Контрольна робота 1.
17	Потенціали простого та подвійного шару. Потенціали об'єму Література: [2-4].
18	Залік

## **6. Самостійна робота**

Самостійна робота студентів передбачає опрацювання лекцій, виконання домашніх завдань та розрахункової роботи.

## **7. Індивідуальні завдання**

З метою кращого засвоєння курсу та інтенсифікації самостійної роботи студентам пропонується індивідуальна розрахункова робота. Розрахункова робота містить завдання за темами розділів 4, 5 та 6.

Тематика індивідуальних завдань:

- розв'язування початково-крайових задач методом відокремлення змінних;
- розв'язування інтегральних рівнянь;
- розв'язування крайових задач методом функції Гріна.

## **8. Контрольні роботи**

Мета контрольних робіт – перевірка якості засвоєння теоретичного матеріалу та здатності його застосування до розв'язування конкретних задач

Заплановано одну модульну контрольну роботу тривалістю 90 хвилин. На контрольну роботу виносяться завдання, які необхідно засвоїти кожному студенту.

## **9. Рейтингова система оцінювання результатів завдання**

Рейтингова система оцінювання надається до робочої програми у вигляді додатку.



## 10. Методичні вказівки

Вивчення даної дисципліни складається з теоретичного матеріалу, який виклад Вивчення даної дисципліни складається з теоретичного матеріалу, який викладається на лекціях, та засвоєння методів розв'язування задач на практичних заняттях. На початку викладання лекційного матеріалу з нової теми слід навести приклади відповідних практичних застосувань, бажано у фаховій діяльності. Кожне практичне заняття проводиться тільки після розгляду відповідної теми на лекції.

Самостійна робота студентів передбачає опрацювання лекцій, виконання домашніх завдань та розрахункової роботи. Перевірку рівня вивчення матеріалу доцільно проводити через контрольні роботи, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінки успішності студентів.

## 11. Рекомендована література

### 11.1 Базова література

1. Перестюк М.О. Теорія рівнянь математичної фізики. / Перестюк М.О., Маринець В.В. – Київ: Либідь, 2001. – 333 с.
2. Журавська Г.В. Методи розв'язування задач математичної фізики. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей./ Журавська Г.В., Качаєнко О.Б., Кузьма О.В., Рева Н.В., Стогній В.І. – Київ: КПІ, 2015. – 227 с.
3. Вірченко Н.О. Основні методи розв'язання задач математичної фізики: Навчальний посібник. / Вірченко Н.О. – Київ: Інрес: Воля, 2006. – 332 с.
4. Лавренчук В.П. Диференціальні рівняння математичної фізики: Навчальний посібник./ Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готичан Т.І. – Чернівці: Рута, 2008. – 192 с.

### 11.2 Допоміжна література

5. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики. / Тихонов А.Н., Самарский А.А. – Москва: Наука, 1977. – 735 с.
6. Араманович И.Г. Уравнения математической физики. / Араманович И.Г., Левин В.И. – Москва: Наука, 1969. – 288 с.
7. Владимиров В.С. Уравнения математической физики./ Владимиров В.С. – Москва: Наука, 1988. – 512 с.
8. Будак Б.М. Сборник задач по математической физике. / Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. – Москва: Физматлит, 2003. – 688 с.
9. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики./ Смирнов М.М. – Москва, ГИТТЛ, 1953. – 72 с.
10. Положий Г.М. Рівняння математичної фізики./ Положий Г.М. – Київ: Рад. школа, 1959. – 478 с.

- 11.Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних: Курс лекцій./ Іванчов М.І. – Львів: Тріада плюс, 2004. –178 с.
- 12.Бицадзе А.В. Сборник задач по уравнениям математической физики./ Бицадзе А.В., Калининченко Д.Ф. – Москва: Наука, 1985. – 310 с.
- 13.Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики./ Владимирив В.С., Михайлов В.В. и др. – Москва: Наука, 1982. – 256 с.

### **13. Інформаційні ресурси**

1. <http://login.kpi.ua/>
2. <http://mph.kpi.ua/>
3. <http://eqworld.ipmnet.ru/>

## Додаток

### Опис рейтингової системи оцінки результатів навчання студентів з кредитного модуля «Розв'язування крайових задач 2.»

#### Крайові задачі для рівнянь еліптичного типу»

1. Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- роботу на практичних заняттях (18 занять);
- одну контрольну роботу (тривалістю 90 хвилин);
- розрахункову роботу.

2. Критерії нарахування балів

#### 2.1. Робота на практичних заняттях — 3.

- впевнена відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи — 3 балів;
- відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи, але можлива допомога викладача — 2 бали;
- відповідь на запитання, знання необхідних методів та формул, але невпевнене використання — 1,5-0,5 бали;
- знання формул, але нездатність застосувати їх до розв'язування поставленої задачі або розв'язування задачі за значної допомоги викладача — 0,5 бал;
- незнання формул та методів — 0 балів.

#### 2.2. Контрольна робота — 40 балів.

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 40 балів;
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями – 30-39 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 24-29 балів;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на 24 балів) – 0 балів.

#### 2.3. Розрахункова робота — 45 балів.

- виконані всі вимоги до роботи – 40-45 балів;
- виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки – 32-44 бали;
- є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки – 27-31 бал;
- завдання не виконане або є грубі помилки – 0 балів.

За кожний тиждень запізнення з поданням розрахункової роботи на перевірку надаються штрафні (-5) балів.

#### 2.4. Штрафні та заохочувальні бали

- незнання елементарних формул та методів — -1 бал;
- розв'язування додаткових завдань на практичних заняттях (за умови виконання обов'язкових) від 1 до 3 заохочувальних балів;

– виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з дисципліни надається від 5 до 10 заохочувальних балів.

3. Умовою першої атестації є отримання не менш ніж 5 балів. Умовою другої атестації є отримання не менш ніж 10 балів.

4. Сума рейтингових балів, отриманих студентом протягом семестру переводиться до підсумкової оцінки згідно з таблицею. Необхідною умовою допуску до заліку є зарахування розрахункової роботи. Якщо сума балів менш ніж 60, студент виконує залікову контрольну роботу. У цьому разі бали за залікову контрольну роботу переводиться до підсумкової оцінки згідно з таблицею.

Залікова робота представляє собою контрольну роботу тривалістю 90 хвилин, чотири завдання якої оцінюються в 25 балів кожне відповідно до системи оцінювання:

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 23-25 балів;
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями – 18-22 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 15-17 балів;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на 15 балів) – 0 балів.

5. Студент, який у семестрі отримав не менш ніж 60 балів, може прийняти участь у заліковій контрольній роботі. У цьому разі, бали отримані ним на контрольній роботі є остаточними.

6. Таблиця переведення рейтингових балів до оцінок.

<b>Бали</b>	<b>Оцінка</b>
95-100	Відмінно
85-94	Дуже добре
75-84	Добре
65-74	Задовільно
60-64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не зараховано розрахункову роботу	Не допущено